1°/a) Déterminer $\lim_{-\infty} f$.

b) Montrer que $\forall\ x \geq \frac{\pi}{4}$; $0 \leq f(x) \leq \frac{2}{x}$. En déduire $\lim_{x \to +\infty} f(x)$.

2°/ Etudier la continuité de f en $\frac{\pi}{4}$.

Exercice 7 :

Soit $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$

$$x \mapsto \begin{cases} \dfrac{\sin(mx^2)}{x} & \text{si } x \neq 0 \\ 0 & \text{si } x = 0 \end{cases}$$

m étant un paramètre réel non nul.

1°/ Prouver que f_m est une fonction impaire.

2°/ Prouver que f_m est continue sur $\mathbf{R}$.

3°/ Calculer $\lim_{-\infty} f_m$ et $\lim_{+\infty} f_m$.

Exercice 8 :

Soit $m \in \mathbf{R}^*$ et $f_m : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$

$$x \mapsto m\sqrt{x^2 - m} + 2x$$

1°/ Préciser le domaine de définition de f_m.

2°/ Calculer $\lim_{-\infty} f_m$ et $\lim_{+\infty} f_m$.

Exercice 9 :

Soit la fonction $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$

$$x \mapsto \begin{cases} x^2 + 3x + 1 & si\ x \geq 0 \\ \dfrac{\sin x}{x} & si\ x < 0 \end{cases}$$

1°/ Déterminer le domaine de définition de f.

2°/ Calculer les limites éventuelles de f respectives en $+\infty$ et en $-\infty$.

3°/ Etudier la continuité de f en 0.